

Приложение

к ООП ООО МБОУ «СОШ № 4 г.Грозного»

**Фонд оценочных средств по учебному предмету¹
«Математика»**

¹ Данный вариант фонда оценочных средств является типовым для учителя-предметника, ежегодно на основании приказа директора школы в ООП СОО вносятся изменения в форме дополнения.

Контрольная работа № 1 по теме «Действительные числа»

Вариант I

1. Вычислить:

$$1) \frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}}; \quad 2) (\sqrt[3]{2\sqrt{16}})^2.$$

2. Известно, что $12^x = 3$. Найти 12^{2x-1} .

3. Выполнить действия ($a > 0, b > 0$):

$$1) a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}} \right)^{\sqrt{5}+1}; \quad 2) \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}.$$

4. Сравнить числа:

$$1) \left(\frac{2}{7} \right)^{\frac{3}{7}} \text{ и } \left(\frac{2}{7} \right)^{\frac{5}{7}}; \quad 2) (4,2)^{\sqrt{7}} \text{ и } \left(4\frac{2}{5} \right)^{\sqrt{7}}.$$

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь $0,2(7)$ в виде обыкновенной.

6. Упростить $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$ при $a > 0, a \neq 1$.

Вариант II

1. Вычислить:

$$1) \frac{2^9 \cdot \sqrt[5]{16} \cdot 8^0}{4^4 \cdot 2^{-\frac{1}{5}}}; \quad 2) (\sqrt[3]{3\sqrt{81}})^2.$$

2. Известно, что $8^x = 5$. Найти 8^{-x+2} .

3. Выполнить действия ($a > 0, b > 0$):

$$1) (a^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}; \quad 2) \frac{\sqrt[5]{ab} - \sqrt[5]{b}}{\sqrt[5]{b}} - \sqrt[5]{a}.$$

4. Сравнить числа:

$$1) (0,7)^{-\frac{3}{8}} \text{ и } (0,7)^{-\frac{5}{8}}; \quad 2) (\pi)^{\sqrt{3}} \text{ и } (3,14)^{\sqrt{3}}.$$

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь $0,3(1)$ в виде обыкновенной.

6. Упростить $\left(\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}} - \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}} \right) \left(\frac{y}{x} \right)^{-\frac{1}{2}}$ при $x > 0, y > 0$.

Характеристика контрольной работы

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Арифметический корень n- степени. Свойства корня n- степени
2	базовый	Свойства степени с натуральным показателем
3	базовый	Преобразование степеней с действительным показателем
4	базовый	Сравнение степеней с действительным показателем
5	повышенный	Бесконечная периодическая дробь
6	повышенный	Преобразование выражений с рациональным показателем

Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре-пять заданий;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;
 «2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа № 2 по теме «Показательная функция»

Вариант I

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{4 - x^2}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции $y = x^{-5}$.

- 1) Выяснить, на каких промежутках функция убывает.
 2) Сравнить числа:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \text{ и } 1; \quad (3,2)^{-5} \text{ и } (3\sqrt{2})^{-5}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{1-x} = 3; \quad 2) \sqrt{x+2} = \sqrt{3-x}; \quad 3) \sqrt{1-x} = x+1;$$

$$4) \sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = (x-8)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство $\sqrt{x+8} > x+2$.

Вариант II

1. Найти область определения функции

$$y = (x^2 - 9)^{-\frac{1}{3}}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции $y = x^{-6}$.

- 1) Выяснить, на каких промежутках функция возрастает.
 2) Сравнить числа:

$$(4,2)^{-6} \text{ и } 1; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} \text{ и } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-6}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{x-2} = 4; \quad 2) \sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}; \quad 3) \sqrt{x+1} = 1-x;$$

$$4) \sqrt{3x+1} - \sqrt{x+8} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = 2(x+6)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство $\sqrt{x-3} < x-5$.

Характеристика контрольной работы

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Область определения показательной функции
2	базовый	Построение графика показательной функции, свойства функции
3	базовый	Иррациональные уравнения
4	базовый	Обратная функция
5	повышенный	Иррациональные неравенства

Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;
 «4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;
 «3» - выполнены правильно три задания базового уровня;
 «2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа № 3

Вариант I

1. Решить уравнение:

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; 2) $4^x + 2^x - 20 = 0$.

2. Решить неравенство $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$.

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

4. Решить неравенство:

1) $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$; 2) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$.

5. Решить уравнение $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$.

Вариант II

1. Решить уравнение:

1) $0,1^{2x-3} = 10$; 2) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$.

2. Решить неравенство $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$.

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$

4. Решить неравенство:

1) $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9}$; 2) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$.

5. Решить уравнение $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$.

Характеристика контрольной работы

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Показательное уравнение, квадратное уравнение
2	базовый	Показательное неравенство
3	базовый	Система уравнений, показательное уравнение, метод подстановки
4	повышенный	Показательное неравенство
5	повышенный	Показательное уравнение, метод замены переменной

Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа № 4

Вариант I

1. Вычислить:

1) $\log_{\frac{1}{2}} 16$; 2) $5^{1+\log_5 3}$; 3) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$.

2. В одной системе координат схематически построить графики

функций $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ и $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

3. Сравнить числа $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$.

4. Решить уравнение $\log_5 (2x - 1) = 2$.

5. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$.

6. Решить уравнение $\log_2 (x - 2) + \log_2 x = 3$.

7. Решить уравнение $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$.

8. Решить неравенство $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3$.

Вариант II

1. Вычислить:

1) $\log_3 \frac{1}{27}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$; 3) $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$.

2. В одной системе координат схематически построить графики функций $y = \log_4 x$ и $y = 4^x$.

3. Сравнить числа $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$ и $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$.

4. Решить уравнение $\log_4 (2x + 3) = 3$.

5. Решить неравенство $\log_5 (x - 3) < 2$.

6. Решить уравнение $\log_3 (x - 8) + \log_3 x = 2$.

7. Решить уравнение $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$.

8. Решить неравенство $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4$.

Характеристика контрольной работы

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	свойства логарифма
2	базовый	График логарифмической и показательной функции
3	базовый	Сравнение логарифмических выражений
4	базовый	Логарифмическое уравнение
5	базовый	Логарифмическое неравенство
6	повышенный	Логарифмическое уравнение, свойства логарифма
7	повышенный	Логарифмическое уравнение, свойства логарифма
8	повышенный	Логарифмическое неравенства, свойства логарифма

Критерии оценивания:

«5» - 7-8 заданий выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно 5-6 заданий;

«3» - выполнены правильно 3-4 задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа № 5

Вариант I

1. Вычислить:

1) $\cos 765^\circ$; 2) $\sin \frac{19\pi}{6}$.

2. Вычислить $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $-6\pi < \alpha < -5\pi$.

3. Упростить выражение:

1) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$; 2) $\frac{\cos(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{1 + 2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha)}$.

4. Решить уравнение:

1) $2\cos \frac{x}{2} = 1 + \cos x$;

2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)\cos 2x - 1 = \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

5. Доказать тождество $\cos 4\alpha + 1 = \frac{1}{2} \sin 4\alpha (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)$.

Вариант II

1. Вычислить:

1) $\sin 765^\circ$; 2) $\cos \frac{19\pi}{6}$.

2. Вычислить $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,3$ и $-\frac{7\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$.

3. Упростить выражение:

1) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$; 2) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)}{2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\cos(-\alpha) + 1}$.

4. Решить уравнение:

1) $2\sin \frac{x}{2} = 1 - \cos x$;

2) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cos 3x - \cos(\pi - x)\sin 3x = -1$.

5. Доказать тождество $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 - \cos 4\alpha) = 4 \sin 2\alpha$.

Характеристика контрольной работы

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Значение синуса, косинуса угла, выраженного в градусной, радианной мере
2	базовый	Значение синуса, косинуса угла, основное тригонометрическое тождество
3	базовый	Формулы синуса, косинуса суммы и разности углов, формулы приведения
4	повышенный	Тригонометрические уравнения, формулы приведения
5	повышенный	Преобразование тригонометрических выражений

Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа № 6

Вариант I

1. Решить уравнение:

1) $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$; 2) $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$.

2. Найти решение уравнения $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$.

3. Решить уравнение:

1) $3 \cos x - \cos^2 x = 0$;

2) $6 \sin^2 x - \sin x = 1$; 3) $4 \sin x + 5 \cos x = 4$;

4) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + \frac{1}{4}$.

Вариант II

1. Решить уравнение:

1) $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$; 2) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$.

2. Найти решение уравнения $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 4\pi]$.

3. Решить уравнение:

1) $\sin^2 x - \sin x = 0$;

2) $10 \cos^2 x + 3 \cos x = 1$; 3) $5 \sin x + \cos x = 5$;

4) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x - \frac{1}{2}$.

Характеристика контрольной работы

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Тригонометрические уравнения
2	базовый	Тригонометрические уравнения
3	базовый	Тригонометрические уравнения, квадратное уравнение
4	базовый	Тригонометрические уравнения, квадратные уравнения
5	повышенный	Тригонометрические уравнения, формулы понижения степени

Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа №2.

I вариант.

№1. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а) параллельными; б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

№2. Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

№3. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами ребер AB , BC и DD_1 .

II вариант.

№1. Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а) параллельными; б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

№2. Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

№3. Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами ребер DC и BC и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

Контрольная работа №3.

I вариант.

№1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

- а) ребро куба;
б) косинус угла между диагоналями куба и плоскостью одной из его граней.

№2. Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов равен 60° . Через сторону AB проведена плоскость α на расстоянии $0,5a$, от точки D .

- а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, $M \in \alpha$.

в) найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

II вариант.

№1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как 1:12 Найдите:

а) измерения параллелепипеда;

б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

№2. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $0,5a$, от точки B .

а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .

б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM$, $M \in \alpha$.

в) найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α .

Контрольная работа №4.

I вариант.

№1. Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна a . Ребро DA перпендикулярно к плоскости основания, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол в 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна a и угол равен 60° . Плоскость $AD_1 C_1$ составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите:

а) высоту ромба;

б) высоту параллелепипеда;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г) площадь полной поверхности параллелепипеда.

II вариант.

№1. Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = a$. Найдите площадь поверхности пирамиды.

№2. Основание прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является параллелограмм $ABCD$, сторона которого равна $a\sqrt{2}$ и $2a$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

- а) меньшую высоту параллелограмма;
- б) угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь полной поверхности параллелепипеда.

К-1. Аксиомы стереометрии. Расположение прямых и плоскостей.

Вариант А1

№1. Прямые a и b пересекаются. Прямая c является скрещивающейся с прямой a . Могут ли прямые b и c быть параллельными?

№2. Плоскость α проходит через середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ – точки M и N .

- а) Докажите, что $AD \parallel \alpha$.
- б) Найдите BC , если $AD = 10$ см, $MN = 8$ см.

№3. Прямая MA проходит через вершину квадрата $ABCD$ и не лежит в плоскости квадрата.

- а) Докажите, что MA и BC – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между прямыми MA и BC , если $\angle MAD = 45^\circ$.

Вариант А2

- №1. Прямые a и b пересекаются. Прямые a и c параллельны. Могут ли прямые b и c быть скрещивающимися?
- №2. Плоскость α проходит через основание AD трапеции $ABCD$. M и N – середины боковых сторон трапеции.
- а) Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
 - б) Найдите AD , если $BC = 4$ см, $MN = 6$ см.
- №3. Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC . E и F – середины отрезков AB и BC .
- а) Докажите, что CD и EF – скрещивающиеся прямые.
 - б) Найдите угол между прямыми CD и EF , если $\angle DCA = 60^\circ$.

Вариант Б1

- №1. Прямая a параллельна плоскости α , а прямая b лежит в плоскости α . Определите, могут ли прямые a и b :
- а) быть параллельными;
 - б) пересекаться;
 - в) быть скрещивающимися.
- №2. Точка M не лежит в плоскости трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$.
- а) Докажите, что треугольники MAD и MBC имеют параллельные средние линии.
 - б) Найдите длины этих средних линий, если $AD : BC = 5 : 3$, а средняя линия трапеции равна 16 см.
- №3. Через вершину A квадрата $ABCD$ проведена прямая KA , не лежащая в плоскости квадрата.
- а) Докажите, что KA и CD – скрещивающиеся прямые.
 - б) Найдите угол между KA и CD , если $\angle AKB = 85^\circ$, $\angle ABK = 45^\circ$.

Вариант Б2

- №1. Прямая a параллельна плоскости α , а прямая b пересекает плоскость α . Определите, могут ли прямые a и b :
- а) быть параллельными;
 - б) пересекаться;
 - в) быть скрещивающимися.

№2. Треугольник ABC и трапеция $KMNP$ имеют общую среднюю линию EF , причем $KP \parallel MN$, $EF \parallel AC$

- а) Докажите, что $AC \parallel KP$
- б) Найдите KP и MN , если $KP : MN = 3 : 5$, $AC = 16$ см.

№3. Точка M не лежит в плоскости ромба $ABCD$.

- а) Докажите, что MC и AD – скрещивающиеся прямые.
- б) Найдите угол между MC и AD , если $\angle MBC = 70^\circ$, $\angle BMC = 65^\circ$.

Вариант В1

№1. Плоскости α и β пересекаются по прямой l . Прямая a параллельна прямой l , и является скрещивающейся с прямой b . Определите, могут ли прямые a и b :

- а) лежать в одной из данных плоскостей;
- б) лежать в разных плоскостях α и β ;
- в) пересекать плоскости α и β .

В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых a и b .

№2. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно, причем $AM : MB = 3 : 4$, $CN : BC = 3 : 7$

- а) Докажите, что $AC \parallel \alpha$.
- б) Найдите AC , если $MN = 16$ см.

№3. Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AC и BD , если $AC = 6$ см, $BD = 8$ см, а расстояние между серединами отрезков AD и BC равно 5 см.

Вариант В2

№1. Плоскости α и β пересекаются по прямой l . Прямые l и a пересекаются, а прямые l и b параллельны. Определите, могут ли прямые a и b :

- а) лежать в одной из данных плоскостей;
- б) лежать в разных плоскостях α и β ;
- в) пересекать плоскости α и β .

В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых a и b .

№2. Плоскость α проходит через сторону AC треугольника ABC . Прямая пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, причем $BN : NC = 2 : 3$, $AM : AB = 3 : 5$

- а) Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
- б) Найдите MN , если $AC = 30$ см.

№3. Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AB и CD , если $AB = CD = 6$ см, а расстояние между серединами отрезков AD и BC равно 3 см.

К-2. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Вариант А1

№1. KA – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC . Известно что $KB \perp BC$.

- а) Докажите, что треугольник ABC – прямоугольный.
- б) Докажите перпендикулярность плоскостей KAC и ABC .
- в) Найдите KA , если $AC = 13$ см, $BC = 5$ см, $\angle KBA = 45^\circ$.

№2. Основание AC равнобедренного треугольника лежит в плоскости α . Найдите расстояние от точки B до плоскости α , если $AB = 20$ см, $AC = 24$ см, а двугранный угол между плоскостями ABC и α равен 30° .

№3. Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC , образующие с плоскостью α равные углы. Известно, что $BC = AB$. Найдите углы треугольника ABC .

Вариант А2

№1. KA – перпендикуляр к плоскости параллелограмма $ABCD$. Известно, что $KD \perp CD$.

- а) Докажите, что $ABCD$ – прямоугольник.
- б) Докажите перпендикулярность плоскостей KAD и ABC .
- в) Найдите AC , если $KA = 8$ см, $KD = 10$ см, $\angle CAD = 60^\circ$.

№2. Катет AB прямоугольного треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$) лежит в плоскости α . Найдите расстояние от точки C до плоскости α , если $AC = 17$ см, $AB = 15$ см, а двугранный угол между плоскостями ABC и α равен 45° .

№3. Из точки A к плоскости проведены перпендикуляр AO и две равные наклонные AB и AC . Известно, что $BC = BO$. Найдите углы треугольника BOC .

Вариант Б1

№1. KA – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC . M – середина стороны BC . Известно, что $KM \perp BC$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей KBC и KAM .

в) Найдите площадь треугольника ABC , если $\angle BKC = 60^\circ$, $BC = 6$ см, $KA = 3\sqrt{2}$ см.

№2. Точка S удалена от каждой из вершин правильного треугольника ABC на $\sqrt{13}$ см. Найдите двугранный угол $SABC$, если $AB = 6$ см.

№3. Прямая AB – ребро двугранного угла, равного 90° . Прямые AA_1 и BB_1 принадлежат разным граням данного угла и перпендикулярны к прямой AB . Докажите, что $AA_1 \perp BB_1$.

Вариант Б2

№1. KA – перпендикуляр к плоскости параллелограмма $ABCD$. O – точка пересечения AC и BD . Известно, что $KO \perp BD$.

а) Докажите, что $ABCD$ – ромб.

б) Докажите перпендикулярность плоскостей KBD и KOA .

в) Найдите площадь $ABCD$, если $\angle BKD = 90^\circ$, $BD = 10$ см, $KA = 3$ см.

№2. Точка S удалена от каждой из сторон правильного треугольника ABC на $\sqrt{39}$ см. Найдите угол между прямой SA и плоскостью ABC , если $AB = 6$ см.

№3. Прямые AA_1 и BB_1 – перпендикуляры к ребру AB двугранного угла, принадлежащие разным граням угла. Докажите, что если $AA_1 \perp BB_1$, то данный двугранный угол – прямой.

Вариант В1

№1. Точка O лежит на биссектрисе угла ABC , равного 60° . DO – перпендикуляр к плоскости ABC .

а) Докажите, что точка D равноудалена от сторон угла ABC .

б) Пусть DA и DC – расстояния от точки D до сторон угла. Докажите перпендикулярность плоскостей DAC и DOB .

в) Найдите DB , если $AC = 6$ см, $DO = 4$ см.

№2. Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют общее основание AC , а двугранный угол $BACD$ – прямой. Найдите углы, образуемые прямой BD с плоскостями треугольников, если $\angle ABC = 60^\circ$, а $\angle ADC = 90^\circ$.

№3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте и найдите линейный угол двугранного угла между плоскостями сечений $AB_1 C_1 D$ и $CB_1 A_1 D$.

Вариант В2

№1. DO – перпендикуляр к плоскости угла ABC , равного 120° , причем точка O лежит внутри угла, а D равноудалена от его сторон.

а) Докажите, что BO – биссектриса угла ABC .

б) Пусть DA и DC – расстояния от точки D до сторон угла. Докажите перпендикулярность плоскостей DOB и DAC .

в) найдите DO , если $AC = 6$ см, $DB = 8$ см.

№2. Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют общее основание AC , а двугранный угол $BACD$ – прямой. Найдите тангенс двугранного угла между плоскостями BAD и ADC , если $\angle ABC = 60^\circ$, а $\angle ADC = 90^\circ$.

№3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте и найдите линейный угол двугранного угла между плоскостями сечений $CD_1 A_1 B$ и $DA_1 B_1 C$.

К-3. Многогранники.

Вариант А1

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань – квадрат.

№2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно

4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45° .

а) Найдите высоту пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DA параллельно плоскости DBC , и найдите площадь этого сечения.

Вариант А2

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань – квадрат.

№2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60° .

а) Найдите боковое ребро пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер DA и AB параллельно ребру BC , и найдите площадь этого сечения.

Вариант Б1

№1. Основание прямого параллелепипеда – ромб с диагоналями 10 и 24 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

№2. Основание пирамиды – правильный треугольник с площадью $9\sqrt{3}$ см². Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья – наклонена к ней под углом 30° .

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через прямую $B_1 C$ и середину ребра AD , и найдите площадь этого сечения.

Вариант Б2

№1. Основание прямого параллелепипеда – ромб с меньшей диагональю 12 см. Большая диагональ параллелепипеда равна $16\sqrt{2}$ см и образует с боковым ребром угол 45° . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

№2. Основание пирамиды – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $4\sqrt{2}$ см. Боковые грани, содержащие катеты треугольника, перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом 45° .

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через точку C и середину ребра AD параллельно прямой DA_1 , и найдите площадь этого сечения.

Вариант В1

№1. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, – квадрат.

№2. Основание пирамиды – ромб с большей диагональю d и острым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер AA_1 , $B_1 C_1$ и CD , и найдите площадь этого сечения.

Вариант В2

№1. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник с основанием 24 м и боковой стороной 13 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, – квадрат.

№2. Основание пирамиды – ромб с тупым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если ее высота равна H .

№3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер $A_1 B_1$, CC_1 и AD , и найдите площадь этого сечения.

К-4. Векторы в пространстве.

Вариант А1

№1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с началом в точке D_1 , равный вектору $\overrightarrow{AB}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1 D}$.

б) Назовите вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{DA} + \vec{x} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB_1}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $0,5\overrightarrow{DB} - 0,5\overrightarrow{DA}$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC}|$.

№3. MA – перпендикуляр к плоскости ромба $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{MC}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AM}$.

№4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарные. Найдите значение k , при которых векторы $\vec{c} = k\vec{a} + 4\vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} + k\vec{b}$ коллинеарные.

Вариант А2

№1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с концом в точке C_1 , равный вектору $\overrightarrow{AD}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{C_1 D}$.

б) Назовите вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \vec{x} = \overrightarrow{B_1 D}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $0,5\overrightarrow{DC} - 0,5\overrightarrow{DB}$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}|$.

№3. MB – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC . Разложите вектор $\overrightarrow{MC}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{MB}$.

№4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарные. Найдите значение k , при которых векторы $\vec{c} = k\vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{d} = 3\vec{a} + k\vec{b}$ коллинеарные.

Вариант Б1

№1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с началом в точке D , равный вектору $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA_1}$; в) $\overrightarrow{A_1 D} - \overrightarrow{A_1 B} + \overrightarrow{AA_1}$.

г) Назовите вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB_1} - \vec{x}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $\overrightarrow{DC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{DO} - 0,5 \overrightarrow{DA}|$.

№3. Точка O не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{AC}$ по векторам $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ и $\overrightarrow{OD}$.

№4. Даны параллелограммы $ABCD$ и $ABC_1 D_1$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{CD_1}$, $\overrightarrow{C_1 D}$ и $\overrightarrow{AB}$ компланарны.

Вариант Б1

№1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с концом в точке B_1 , равный вектору $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AA_1}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{C_1 D} + \overrightarrow{CB}$; в) $\overrightarrow{B_1 A} - \overrightarrow{B_1 C} + \overrightarrow{BB_1}$.

г) Назовите вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_1 D_1} = \overrightarrow{A_1 C} - \vec{x}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

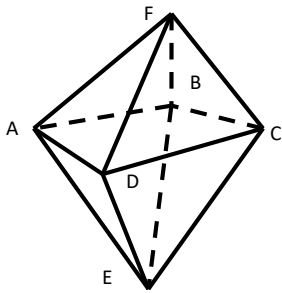
а) Постройте вектор $0,5(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) - \overrightarrow{DO}$ и найдите его длину.

б) Найдите $|0,5 \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DO}|$.

№3. Точка O не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{OC}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AO}$.

№4. Даны параллелограммы $ABCD$ и $A_1 B_1 CD$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{A_1 B_1}$ компланарны.

Вариант В1



№1. Дан правильный октаэдр $EABCFD$.

а) Назовите вектор с началом в точке B ,

равный $\overrightarrow{FD} - \overrightarrow{FC}$.

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{CB}$;

в) вектор равный $0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) - 0,5\overrightarrow{FE}$.

г) Назовите вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий

равенству $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BF} = \vec{x} + \overrightarrow{DC}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a , точка P – центр треугольника ABC , точка Q – центр треугольника BDC .

а) Постройте вектор $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{PQ}$ и найдите его длину.

б) Найдите $\left| \overrightarrow{AQ} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \right|$.

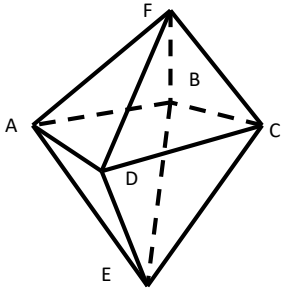
№3. Точка S равноудалена от вершин треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$). SO – перпендикуляр к плоскости ABC .

Разложите вектор $\overrightarrow{SO}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{SB}$.

№4. Точки M и N – середины ребер BD и AC правильного тетраэдра $DABC$. Докажите, что векторы

$\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$ компланарны.

Вариант В2



№1. Дан правильный октаэдр $EABCFD$.

- Назовите вектор с концом в точке C , равный $\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{EA}$.
- Назовите вектор, равный $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}$;
- вектор равный $0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) - 0,5\overrightarrow{FE}$.
- Назовите вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} = \vec{x} + \overrightarrow{FD}$.

№2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a , точка P – центр треугольника ABC , точка Q – центр треугольника BDC .

- Постройте вектор $\frac{1}{3}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{QP}$ и найдите его длину.
- Найдите $\left| \overrightarrow{DP} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} \right|$.

№3. Точка S равноудалена от сторон ромба $ABCD$. SO – перпендикуляр к плоскости ромба. Разложите вектор $\overrightarrow{SO}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{SB}$ и $\overrightarrow{SC}$.

№4. Точки M и N – середины ребер AD и BC правильного тетраэдра $DABC$. Докажите, что векторы $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ компланарны.

Контрольная работа № 5.

Вариант А1

№1. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой $AC = 13$ см и катетом $BC = 5$ см. Отрезок SA , равный 12 см, – перпендикуляр к плоскости ABC .

- Найдите $\left| \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CB} \right|$.
- Найдите угол между прямой SB и плоскостью ABC .

№2. В правильной четырехугольной пирамиде диагональ основания равна $8\sqrt{2}$ см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, проходящее через вершину D и середины ребер AA_1 и $A_1 B_1$. Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант А2

№1. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AB = 16$ см и $BC = 12$ см. Отрезок SC , равный 20 см, – перпендикуляр к плоскости ABC .

а) Найдите $\left| \overrightarrow{CS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} \right|$.

б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью ABC .

№2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна $4\sqrt{3}$ см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, проходящее через прямую AB и середину ребра $B_1 C_1$.
Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант Б1

№1. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O . SA – перпендикуляр к плоскости ромба. $SA = 3\sqrt{3}$ см, $AC = 6$ см, $BD = 8$ см.

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна к плоскости SAO .

б) Найдите $\left| \overrightarrow{SD} + 0,5(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) \right|$.

в) Найдите двугранный угол $SDBA$.

№2. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен 120° . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой бокового ребра, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильного тетраэдра $DABC$, проходящее через середины ребер AD и BC параллельно ребру DB . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант Б2

№1. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O . SA – перпендикуляр к плоскости ромба. $AB = 5$ см, $BD = 8$ см, $SO = 6$ см.

а) Докажите перпендикулярность плоскостей SBD и SAO .

б) Найдите $\left| 0,5(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{OS} \right|$.

в) Найдите угол между прямой SO и плоскостью ABC .

№2. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен 60° . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой апофемы, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильного тетраэдра $DABC$, проходящее через середины ребер AD и AB параллельно ребру AC . Определите вид многогранника, полученного в сечении.

Вариант В1

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . SB – перпендикуляр к плоскости ABC . Двугранный угол $SACB$ равен 45° .

а) Докажите перпендикулярность плоскостей SBA и SBC .

б) M – точка пересечения медиан треугольника SAC .

Разложите вектор $\overrightarrow{BM}$ по векторам $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

в) Найдите углы наклона прямых SA и SC к плоскости ABC .

№2. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетом a и противолежащим углом α . Боковые грани пирамиды, содержащие данный катет и гипотенузу основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, проходящее через середины ребер основания AD и CD параллельно боковому ребру SD .

№1. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC . SB – перпендикуляр к плоскости ABC . Прямые SA и SC образуют с плоскостью ABC угол 30° .

а) Докажите перпендикулярность плоскостей SAC и SBD , если D – середина AC .

б) M – точка пересечения медиан треугольника ABC .

Разложите вектор $\overrightarrow{SM}$ по векторам $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$ и $\overrightarrow{SC}$.

в) Найдите двугранный угол $SACB$.

№2. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с гипотенузой c и острым углом α . Боковые грани пирамиды, содержащие катеты основания, перпендикулярны к плоскости основания, а третья боковая грань наклонена к ней под углом β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№3. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, проходящее через середины ребра основания AD и бокового ребра SB параллель

Контрольная работа № 1

по теме «Производная и ее геометрический смысл»

Вариант 1

1. Найдите производную функции: а) $3x^2 - \frac{1}{x^3}$; б) $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$; в) $e^x \cos x$; г) $\frac{2^x}{\sin x}$.
 2. Найдите значение производной функции $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = 8$.
 3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$.
-
4. Найдите значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ положительны.
 5. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
 6. Найдите производную функции $f(x) = \log_3(\sin x)$.

Контрольная работа № 1

по теме «Производная и ее геометрический смысл»

Вариант 2

1. Найдите производную функции: а) $2x^3 - \frac{1}{x^2}$; б) $(4 - 3x)^6$; в) $e^x \cdot \sin x$; г) $\frac{3^x}{\cos x}$.
 2. Найдите значение производной функции $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = \frac{1}{4}$.
 3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$.
-
4. Найдите значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{1-x}{x^2+8}$ отрицательны.
 5. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 + 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
 6. Найдите производную функции $f(x) = \cos(\log_2 x)$.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Найдите стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.
 2. Найдите экстремумы функции: а) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$; б) $f(x) = e^x(2x - 3)$.
 3. Найдите интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.
-
4. Постройте график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$.
 5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[0; 1,5]$.
 6. Среди прямоугольников, сумма длин трех сторон которых равна 20, найдите прямоугольник наибольшей площади.

Контрольная работа № 2

по теме «Применение производной к исследованию функций»

Вариант 2

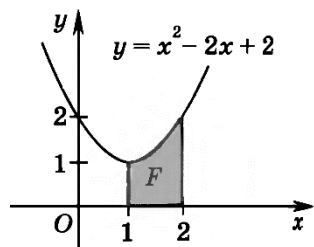
1. Найдите стационарные точки функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.
 2. Найдите экстремумы функции: а) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$; б) $f(x) = e^x(5 - 4x)$.
 3. Найдите интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.
-
4. Постройте график функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[-1; 2]$.
 5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[0; 1,5]$.
 6. Найдите ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Контрольная работа № 3

по теме «Интеграл»

Вариант 1

1. Докажите, что функция $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$ является первообразной функции $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$ на всей числовой оси.
2. Найдите первообразную F функции $f(x) = 2\sqrt{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{7}{8})$.
3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.

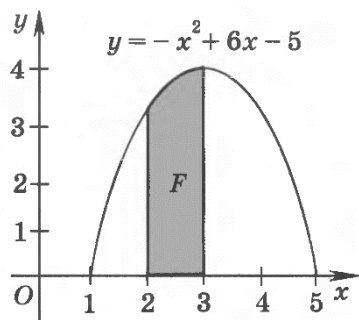


-
4. Вычислить интеграл: а) $\int_1^2 (x + \frac{2}{x}) dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$.
 5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 1 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 - 5x - 3$.

Контрольная работа № 3 по теме «Интеграл»

Вариант 2

1. Докажите, что функция $F(x) = x + \cos x + e^{3x}$ является первообразной функции $f(x) = 1 - \sin x + 3e^{3x}$ на всей числовой оси.
2. Найдите первообразную F функции $f(x) = -3\sqrt[3]{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{3}{4})$.
3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



-
4. Вычислить интеграл: а) $\int_1^3 (x^2 + \frac{3}{x}) dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$.
 5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 3 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 + 3x - 3$.

Контрольная работа №1 по теме: «Векторы. Метод координат в пространстве»

Вариант-1

1. Даны векторы $a \rightarrow (3; 1; 4)$, $b \rightarrow (2; -2; 1)$ и $c \rightarrow (2; 0; 1)$. Найдите координаты вектора $p = \frac{1}{2}a - b - 3c$ $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$
2. Найдите значения m и n , при которых векторы $a \rightarrow (m; -2; 3)$ и

$\vec{v}(-8; 4; n)$, будут коллинеарными.

- Вершины ΔABC имеют координаты $A(2; 1; -8)$; $B(1; -5; 0)$; $C(8; 1; -4)$. Докажите, что треугольник равнобедренный.
- Вычислите скалярное произведение векторов a и $\vec{b}$, если $a(2; -1; 3)$ и $b(-2; 2; 3)$
- Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найти угол между прямой BC_1 и AK_1 , где K – середина CC_1 .

Вариант-2

- Даны векторы $\vec{a}(3; 2; 0)$, $\vec{b}(9; 0; 3)$ и $\vec{c}(2; -5; 4)$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}$
- Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}(-3; -2; n)$ и $\vec{b}(m; -6; -3)$, будут коллинеарными.
- Вершины ΔABC имеют координаты $A(-1; 5; 3)$; $B(-3; 7; 5)$; $C(3; 1; -5)$. Докажите, что треугольник равнобедренный.
- Вычислите скалярное произведение векторов a и $\vec{b}$, если $a(7; 2; 3)$ и $b(-1; -2; -3)$
- Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найти угол между прямой AD_1 и BM_1 , где M – середина DD_1 .

Контрольная работа №2 по теме « Цилиндр. Конус. Шар»

Вариант-1

- Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π см². Найти площадь полной поверхности цилиндра.
- Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найти
 - площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30° .
 - площадь боковой поверхности конуса.
- Диаметр шара равен 20 см. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найти длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

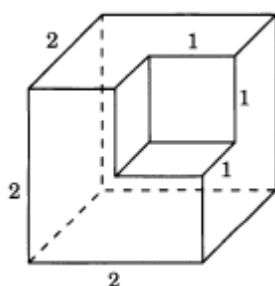
Вариант-2

- Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найти площадь полной поверхности цилиндра.
- Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найти
 - площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° ;
 - площадь боковой поверхности конуса.
- Диаметр шара равен 16 см. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найти площадь сечения шара этой плоскостью.

Контрольная работа №3 по теме «Объёмы тел»

Вариант-1

- Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в см.

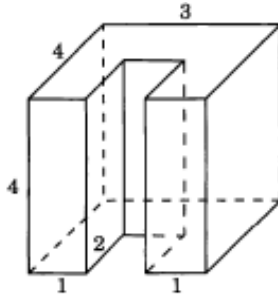


- Найдите высоту конуса, если его объем $48\pi \text{ см}^3$, а радиус основания 4 см.
- Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 2, боковое ребро равно 4. Найдите объем пирамиды.
- В цилиндр вписана призма с боковым ребром $\frac{5}{\pi}$ см. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен 4 см, а прилежащий острый угол равен 60° . Найдите объем цилиндра.
- Объем шара равен $500\pi \text{ см}^3$. На радиусе как на диаметре построен другой шар. Найдите объем малого шара.

Контрольная работа №3 по теме «Объёмы тел»

Вариант-2

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в см.



2. Найдите радиус основания конуса, если его высота 3 см, а объем 75π см³.
3. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.
4. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{4}{\pi}$ см. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.
5. Объем шара равен 24π см³. На диаметре как на радиусе построен другой шар. Найдите объем большего шара.

Итоговая контрольная работа

Вариант 1.

1. Даны точки А (1;3;2), В (0;2;4), С (1;1;4), Д (2;2;2).
а) Определите вид четырехугольника АВСД.
б) Найдите координаты точки пересечения диагоналей четырехугольника АВСД.
2. Высота правильной треугольной призмы 12 см, а высота основания 5 см. Найдите:
а) площадь полной поверхности призмы, б) объем призмы

3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 4 см, боковое ребро 5 см. Найдите:

- а) площадь боковой поверхности пирамиды,
- б) объем пирамиды
- в) угол между боковой гранью и плоскостью основания.

Вариант 2.

1. Даны точки: $A(0;1;-1)$, $B(1;-1;2)$, $C(3;1;0)$. Найдите угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$

2. Высота правильной четырехугольной призмы равна 12 см, а диагональ основания 10 см. Найдите:

- а) площадь полной поверхности призмы,
- б) объем призмы

3. В правильной треугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 4 см, а боковое ребро равно 5 см.

Найдите

- а) площадь боковой поверхности пирамиды,
- б) объем пирамиды.